LIBRIS | We know books

Anton Negrilă

Maria Negrilă

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A VI-A

EDIȚIA A II-A, REVIZUITĂ

Editura Paralela 45

LIBRIS | We know books

CUPRINS

ALGEBRĂ **5**

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE **7**

CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE **12**

II.1. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun 12

CAPITOLUL III. RAPOARTE ȘI PROPORȚII **19**

III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă 19

CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI **31**

CAPITOLUL V. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE **41**

GEOMETRIE **57**

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE **59**

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare. Bisectoarea unui unghi 59

I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism 62

I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă 64

I.4. Cerc. Unghi la centru 67

CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL **70**

II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi. Metoda triunghiurilor congruente. Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic 70

TESTE RECAPITULATIVE **78**

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI **103**

NOTIȚELE ELEVULUI **129**

LIBRIS We know books

1 **MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE**

2 **DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE**
II.1. Cel mai mare divizor comun.
Cel mai mic multiplu comun

3 **RAPOARTE ȘI PROPORȚII**
III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale
Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale
Regula de trei simplă

4 **MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI**

5 **MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE**

LIBRIS We know books

1. Se consideră mulțimea $A = \{24, 36, 45, 56, 65, 100, 123, 125, 210, 245, 300, 330\}$.

a) Determinați mulțimile $B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \vdots 3\}$, $C = \{x \mid x \in A \text{ și } x \vdots 2\}$ și $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x \vdots 5\}$.

b) Determinați mulțimile $B \cap C$, $C \cap D$ și $B \cap C \cap D$.

2. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 1^n + n, \text{ unde } n \in A\}$.

a) Determinați elementele mulțimii B.

b) Determinați card B.

3. Fie mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2a + 1, \text{ unde } a \in A\}$.

a) Determinați elementele mulțimii B.

b) Calculați $A \cap B$ și $A \cup B$.

4. Fie $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a - a, \text{ unde } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați card B.

5. Determinați elementele mulțimilor:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3 \text{ sau } 2^x = 16\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 32\}$;

c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}$;

d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 27 \text{ și } x^2 \geq 4\}$;

e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}$.

6. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ și $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

7. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ și $B = \{y \mid y = x + 2, x \in A\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

8. Fie mulțimile $A = \{1, 3, 5\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$. Determinați elementele mulțimii $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b, \text{ unde } a \in A \text{ și } b \in B\}$ și card C.

9. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$. Determinați elementele mulțimilor A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

10. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in \mathcal{D}_{12}\}$. Determinați elementele mulțimilor A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

11. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 9\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cup B) - \{3, 5, 7, 9, 11\}$.

12. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 10\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cup B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

LIBRIS We know books

13. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 4 \leq 2x \leq 14\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq 2x + 1 \leq 11\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$. Arătați că $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B) = \text{card}(A - B) + \text{card}(B - A)$.

14. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 2 < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 7 \leq 2x + 3 \leq 15\}$. Determinați mulțimile A, B. Arătați că $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$.

15. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 19 \leq 6x - 5 < 85\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 2x - 1 \leq 33\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $B - A$ și $A - B$.

16. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 2x - 5 < 7\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 3x - 8 < 7\}$.

a) Determinați mulțimile A și B.

b) Calculați $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

17. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \leq 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 7\}$. Determinați elementele mulțimilor A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

18. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2^x - 132 < 124 - 2^x\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 1 \in \mathcal{D}_{15}\}$.

a) Determinați elementele mulțimilor A și B.

b) Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

19. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{7x+5} < [(3^2)^4]^5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 2x - 3 \leq 9\}$.

a) Determinați elementele mulțimilor A și B.

b) Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

20. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 20\}$, unde $a = 2^4 \cdot (2^5)^2 : (2^3)^3 - 3^7 : (3^2)^2$, $b = \{1 + [2 + 3 \cdot (4^2 - 5)] : 5\} : 2$, $c = 2^2 \cdot [3^2 + 4^2 \cdot (5^2 - 2^3 \cdot 3)] : 5$, $d = (3^2)^4 : 3^5 + (2^3)^2 : 2^2 - 7 \cdot (5^2)^3 : 5^5$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

21. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 3 < 9\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x + 2 < 11\}$ și $C = \{a, b, c\}$, unde $a = 72 : \{2^5 - 2 \cdot [5^2 - (3^8 \cdot 5^3) : (3^7 \cdot 5^2)]\}$, $b = (7^7 : 7^4 \cdot 7^2)^2 : 7^{3^2}$, $c = [3^{14} : (3^3)^4 - (5^7)^5 : (5^2)^{17}] : 2$. Calculați $(A \cap C) \cup (B \cap C)$.

22. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x - 1 < 8\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 < x + 1 \leq 12\}$. Determinați mulțimile A, B, C, $A \cup B$, $B \cup C$, $(A \cap B) \cup C$, $(A \cap C) \cup B$, $(A \cap B) \cup (B \cap C)$.

23. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 9 < 2(2x - 3) + 7 \leq 29\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1 \leq 2(3x + 4) - 7 < 37\}$.

a) Determinați elementele mulțimilor A și B.

b) Aflați mulțimile $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

24. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2[2(4x - 3) + 13] - 27 < 115\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 < 2[(3(2x - 3) + 17] - 27 < 97\}$.

a) Determinați mulțimile A și B.

b) Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

25. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 5(3x-3) + 4 + 3(2x-4) + 2 \leq 168\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 11 < 3(2x-3) + 8 + 3(x-3) - 6 < 65\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

26. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x < 8\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 6\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2a - 1, a \in B\}$. Determinați mulțimile A, B, C, $(A \cup B) \cap C$, $(A - C) \cup B$, $(B - C) \cup A$, $(C - A) \cap B$, $(A \cap B) \cup (B - C)$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$.

27. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2a - 1, a \in A\}$ și $C = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2x + 1, x \in B\}$. Determinați mulțimile A, B, C, $(A \cap B) \cup (B \cap C)$, $(A - B) \cup (B - C)$, $(A - B) \cap (B \cap C)$, $(B \cap C) \cup A$, $(A \cup B) \cap C$.

28. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \mid 50\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \mid 28\}$. Determinați elementele mulțimilor A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

29. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \mid 42\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 1 \mid 27\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

30. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 1 \mid 18\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \mid 21\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

31. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 19 \text{ și } 4 \mid x + 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10 \text{ și } 6 \mid x + 10\}$. Determinați elementele mulțimilor A, B, $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.

32. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \mid 35\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$. Determinați mulțimile $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

33. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 2 \mid 56\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 8\}$. Determinați mulțimile A, B, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

34. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 3 \mid 36\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 3 \mid 42\}$. Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

35. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2x + 1 \mid 5x + 13\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \mid 15\}$. Calculați $A \cup B$ și $A \cap B$.

36. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \mid \overline{5x7x}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 9 \mid \overline{2x7x}\}$. Calculați $A \cup B$ și $A \cap B$.

37. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq 2x + 3 \leq 13\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 2(2x + 4) - 17 \leq 33\}$.

a) Determinați mulțimile A și B.
b) Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.
c) Aflați $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$.

LIBRIS We know books

38. Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq 3(2x + 3) + 12 + 3(x - 3) - 6 < 78\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 28 < 5(3x + 2) + 4 + 3(2x - 3) + 2 \leq 175\}$.

a) Determinați mulțimile A și B.

b) Calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$.

c) Aflați $\text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cup B)$.

39. Se consideră mulțimile $A = \{u(2^6), u(3^{17}), u(9^{20}), u(8^{24}), u(5^{60}), u(4^{21})\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x + 1) \mid 28\}$.

a) Determinați mulțimile A și B.

b) Arătați că $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$.

40. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^a$, unde $a \in \{0, 1, 2, 3\}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ este ultima cifră a numerelor $3^{2008}, 5^{2008}, 4^{2008}, 2^{2009}, 8^{2009}\}$.

a) Determinați mulțimile A și B.

b) Arătați că $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$.

41. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x < 35\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ este ultima cifră a lui 3^n, $n \in \mathbb{N}\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 1 \mid 12\}$. Calculați mulțimile $B - C$, $A - (B \cap C)$, $A \cap B \cap C$, $(A - B) \cup (C - B)$.

42. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 9\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 7\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, x \leq 11\}$. Aflați mulțimile A, B, C, $(A \cap B) \cup C$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $(B \cap C) - A$ și $(A - B) \cup (B - C)$.

43. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 10, x$ – număr par$\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2x + 1, x \in A\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} \mid z = y - x, y \in B$ și $x \in A\}$. Calculați mulțimile $(C - B) \cup A$ și $(B \cap C) \cup A$.

44. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 9\}$ și $C = \{y \in \mathbb{N} \mid y = a + b, a \in A$ și $b \in B\}$. Arătați că $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

45. Determinați elementele mulțimilor $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \cdot 10^{n+1} + 10^n + 28 \leq 25653\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid 9^{n+1} \leq 3^{15} - 2 \cdot 9^7 - 2 \cdot 3^{13} - 2 \cdot 9^6\}$. Calculați $A \cap B$.

46. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5^x + 5^{x+2} + 5^{x+3} \leq 3775\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 3x + 5x + 7x + \ldots + 2013x \leq 2x + 4x + 6x + \ldots + 2012x + 2014\}$. Calculați $A \cap B$.

47. Dacă mulțimile A și B îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;

ii) $A \cap B = \{3, 4, 5, 6\}$;

iii) $A - B = \{0, 1, 2\}$.

determinați mulțimile A și B.

48. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$;

ii) $A \cap B = \{5, 7, 11\}$;

iii) $B - A = \{1, 13\}$.

LIBRIS | We know books

49. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 10\}$;

ii) $A \cap B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x = 2n \text{ și } x \leq 6\}$;

iii) $A - B = \{1, 9\}$.

50. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x + 1 \leq 12\}$;

ii) $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n + 1, n \leq 5, n \in \mathbb{N}\}$;

iii) $A - B = \{4, 6\}$.

51. Determinați mulțimile A, B și C care îndeplinesc simultan condițiile:

i) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

ii) $A - B = \{3, 4\}$;

iii) $A - C = \{2, 4\}$;

iv) $B - C = \{1, 2\}$.

52. Se consideră mulțimile $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, x, 6\}$ și $C = \{x, y, 4, 8\}$. Determinați numerele x și y, știind că sunt îndeplinite condițiile $A \cap B = \{2, 5\}$ și $A \subset C$.

53. Se consideră mulțimile $A = \{2, 3, 6\}$, $B = \{2, 4, x, 6\}$ și $C = \{3, 1, 6, x, y\}$. Determinați numerele x și y, știind că sunt îndeplinite simultan condițiile $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7\}$ și $B \cap C = \{2, 6, 7\}$.

54. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a^2 - a, a \in \mathbb{N}^*\}$ și $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2b - 1, b \in \mathbb{N}^*\}$.

a) Determinați primele 6 elemente ale mulțimilor A și B.

b) Demonstrați că mulțimile A și B sunt disjuncte.

55. Într-o clasă cu profil matematică – informatică sunt 32 de elevi, dintre care 21 elevi participă la cercul de informatică și 18 elevi participă la cercul de matematică. Fiecare elev participă la cel puțin una dintre aceste activități. Calculați câți elevi participă la ambele activități.

56. Într-o clasă cu profil matematică – informatică sunt 32 de elevi, dintre care 6 elevi au situația neîncheiată la matematică și la informatică, iar 14 elevi au medii maxime la matematică și 16 elevi au medii maxime la informatică.

a) Câți elevi au medii maxime la ambele materii?

b) Câți elevi au medie maximă doar la matematică?

c) Câți elevi au medie maximă doar la informatică?

LIBRIS We know books

GEOMETRIE

1

NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare. Bisectoarea unui unghi

I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism

I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă

I.4. Cerc. Unghi la centru

2

TRIUNGHIUL

II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi. Metoda triunghiurilor congruente. Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic

LIBRIS We know books

I.1. UNGHIURI OPUSE LA VÂRF. UNGHIURI ÎN JURUL UNUI PUNCT. UNGHIURI SUPLEMENTARE. UNGHIURI COMPLEMENTARE. BISECTOAREA UNUI UNGHI

1. În jurul punctului O sunt patru unghiuri, AOB, BOC, COD și DOA, astfel încât $\measuredangle BOC = 2\measuredangle AOB + 20°$, $\measuredangle COD = 3\measuredangle AOB - 10°$, $\measuredangle DOA = 4\measuredangle AOB + 30°$. Calculați măsurile unghiurilor.

2. Se consideră unghiurile XOY, YOZ, ZOT și TOX în jurul punctului O (în ordinea dată), ale căror măsuri satisfac relația $3\measuredangle XOY = 6\measuredangle YOZ = 9\measuredangle ZOT = 2\measuredangle TOX$. Determinați măsurile acestor unghiuri.

3. Fie unghiurile AOB, BOC, COD și DOA în jurul punctului O (în ordinea dată), ale căror măsuri satisfac relația $3\measuredangle AOB = 4\measuredangle BOC = 2\measuredangle COD = 6\measuredangle DOA$. Determinați măsurile acestor unghiuri.

4. Unghiurile AOB, BOC, COD și DOA sunt unghiuri formate în jurul punctului O, adiacente două câte două, astfel încât $\measuredangle BOC = 4\measuredangle AOB$, $3\measuredangle BOC = 2\measuredangle COD$ și $\measuredangle DOA = 9\measuredangle AOB$.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și DOA.

b) Arătați că semidreptele $[OB$ și $[OD$ sunt semidrepte opuse.

5. Unghiurile XOY, YOZ, ZOT și TOX sunt unghiuri formate în jurul punctului O, cu interioarele disjuncte, astfel încât $\measuredangle XOY = \frac{1}{4}\measuredangle YOZ$, $\measuredangle YOZ = 2\measuredangle ZOT$ și $\measuredangle TOX = 3\measuredangle XOY$.

a) Calculați măsurile unghiurilor XOY, YOZ, ZOT și TOX.

b) Arătați că semidreptele $[OX$ și $[OZ$ sunt opuse.

6. Fie $[OA$, $[OB$, $[OC$, $[OD$ și $[OE$ semidrepte, în această ordine.

a) Dacă $\measuredangle BOC + 10° = \measuredangle AOB$, $3\measuredangle COD = 4\measuredangle BOC$, $\measuredangle AOE = 2\measuredangle DOE$ și $3\measuredangle AOE = 5\measuredangle BOC$, calculați măsurile acestor unghiuri.

b) Dacă $[OF$ este bisectoarea unghiului AOE, arătați că punctele F, O și C sunt coliniare.

7. În jurul unui punct O se consideră unghiurile AOB, BOC, COD, DOE și EOA, cu interioarele disjuncte, astfel încât $\measuredangle AOB = 2\measuredangle BOC$, $2\measuredangle COD = 3\measuredangle BOC$, $\measuredangle AOE = 2\measuredangle COD$ și $6\measuredangle DOE = 5\measuredangle AOE$.

a) Calculați măsurile acestor unghiuri în condițiile date.

b) Arătați că punctele E, O și B sunt coliniare.

c) Dacă $[OX$ este bisectoarea unghiului BOC și $[OY$ este bisectoarea unghiului AOE, calculați măsura unghiului XOY.

8. În figura 1, punctele A, O și B sunt coliniare, iar măsurile unghiurilor AOC și BOD sunt proporționale cu 8 și, respectiv, 3. Știind că $[OE$ este bisectoarea unghiului AOC și $[OF$ este bisectoarea unghiului BOD, iar $\measuredangle COD = 3\measuredangle BOD$, calculați măsura unghiului EOF.

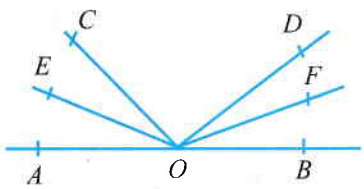


Fig. 1

9. Fie AOB un unghi alungit; în același semiplan determinat de dreapta AB se duc semidreptele $[OC$ și $[OD$ (în această ordine), astfel încât $\measuredangle AOC = \frac{3}{5}\measuredangle COD$ și $\measuredangle BOD = 2\measuredangle COD$.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOC, COD și BOD.

LIBRIS We know books

b) Dacă semidreapta $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD și semidreapta $[ON \perp [OM$ este situată în același semiplan cu $[OM$, calculați măsura unghiului CON.

10. Fie AOB și BOC două unghiuri adiacente și suplementare, unde $\measuredangle AOB = a°$ și $\measuredangle BOC = 3a° + 44°$. În același semiplan ce conține semidreapta $[OB$ se construiesc semidreptele $[OE$ – bisectoarea unghiului AOB, $[OF \perp [OE$, și $[OD$ – bisectoarea unghiului FOC. Calculați:

a) măsurile unghiurilor AOB și BOC;

b) măsurile unghiurilor BOF și COD;

c) măsurile unghiurilor BOD și DOE.

11. În figura 2, punctele A, O și D sunt coliniare, $O \in (AD)$, $\measuredangle AOB$ și $\measuredangle BOC$ sunt adiacente, iar $[OC \in \text{Int}(\measuredangle BOD)$. Dacă $\measuredangle BOC = 5\measuredangle AOB$, $\measuredangle BOC = \frac{5}{3}\measuredangle COD$ și $[OM$ este bisectoarea unghiului AOC, iar $Q \in \text{Int}(\measuredangle BOD)$ astfel încât $\measuredangle MOQ = 90°$, atunci:

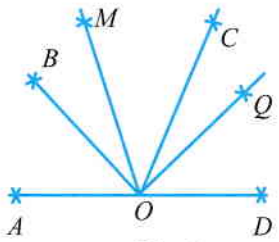


Fig. 2

a) calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD;

b) arătați că $[OQ$ este bisectoarea unghiului COD.

12. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC, pentru care avem relațiile: $\measuredangle AOB = \measuredangle BOC + 36°$ și $9\measuredangle BOC = 5\measuredangle AOB$. Dacă $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ este bisectoarea unghiului AOC, calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, AOC și MON.

13. Unghiurile AOB și BOC, adiacente, au bisectoarele perpendiculare. Aflați măsura fiecărui unghi, știind că $\measuredangle BOC = 5\measuredangle AOB$. Dacă $[OD$ este bisectoarea unghiului BOC, $[OM$ este bisectoarea unghiului BOD și $[ON \perp OM$, calculați măsura unghiului AON.

14. Se consideră unghiul $XOY < 90°$. În semiplanul determinat de $[OX$, care conține $[OY$, se duc semidreptele $[OA \perp [OX$ și $[OB \perp [OY$. Se notează cu $[OC$ bisectoarea unghiului BOX.

a) Dacă $\measuredangle XOC = \measuredangle XOY + 20°$, calculați unghiul XOY.

b) Dacă $[OY$ este bisectoarea unghiului XOC, atunci $\measuredangle AOY = 2\measuredangle BOA$.

15. Fie unghiurile AOB, BOC, COD și DOA în jurul punctului O, adiacente două câte două în această ordine. Se știe că $3\measuredangle AOB = 4\measuredangle BOC = 6\measuredangle COD = 2\measuredangle DOA$ și $[OM$ este opusă semidreptei $[OB$, iar $[ON$ este bisectoarea unghiului DOC.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și DOA.

b) Arătați că $\measuredangle AOB \equiv \measuredangle BON$.

c) Arătați că $[OM$ este bisectoarea unghiului AON.

16. Se consideră AOD un unghi alungit și, în același semiplan, semidreptele $[OB$ și $[OC$ astfel încât măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD să fie proporționale cu numerele 3, 4 și, respectiv, 8. Fie $[OM$ bisectoarea unghiului BOC și $[OP \perp [OM$, astfel încât $[OM$ și $[OP$ să fie situate în semiplane diferite.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD.

b) Calculați măsurile unghiurilor MOD și POD.

c) Arătați că $2\measuredangle AOM = \measuredangle MOD$.

d) Dacă $[ON$ este semidreapta opusă semidreptei $[OB$, aflați măsura unghiului PON.

LIBRIS | We know books

17. Se consideră unghiurile AOB și BOC, astfel încât $\measuredangle AOB = 3\measuredangle BOC$, și semidreptele $[OM$ – bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ – bisectoarea unghiului BOC, cu $\measuredangle MON = 40°$. Calculați:

a) măsurile unghiurilor AOB, BOC și AOC;

b) măsura unghiului AOB', unde $[OB'$ este opusă semidreptei $[OB$.

Analizați toate cazurile posibile.

18. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC, astfel încât $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ este bisectoarea unghiului BOC, iar $\measuredangle MON = 75°$.

a) Determinați $\measuredangle AOB$ și $\measuredangle BOC$, știind că $3\measuredangle BOC = 2\measuredangle AOB$.

b) Dacă $[OT \perp [OM$, astfel încât punctele M și T sunt de aceeași parte cu punctul B față de $[OA$, arătați că $[OT$ este bisectoarea unghiului CON.

19. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente. Bisectoarea $[OM$ a unghiului AOB formează unghiul MOC de $85°$ și bisectoarea $[ON$ a unghiului BOC formează unghiul MON de $60°$. Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și AOC.

20. Fie $\measuredangle AOB$ și $\measuredangle BOC$ adiacente și suplementare astfel încât $\measuredangle BOC = 2\measuredangle AOB + 45°$.

a) Calculați măsurile celor două unghiuri.

b) Dacă $[OE$ este bisectoarea unghiului AOB și $\measuredangle DOE = 90°$, D fiind în același semiplan cu E față de AC, arătați că $[OD$ este bisectoarea unghiului BOC.

21. a) Determinați unghiul care are suplementul de patru ori mai mare decât complementul său.

b) Determinați unghiul care are suplementul complementului său cu $10°$ mai mare decât suplementul său.

22. Fie AOB și BOC două unghiuri adiacente și suplementare. Știind că suplementul complementului unghiului AOB este cu $100°$ mai mare decât complementul suplementului unghiului BOC, calculați măsurile unghiurilor AOB și BOC.

23. Fie AOB, BOC, COD, DOE și EOA unghiuri în jurul unui punct, în această ordine, cu interioarele disjuncte, astfel încât $\measuredangle BOC = \measuredangle AOB + n°$, $\measuredangle COD = \measuredangle BOC + n°$, $\measuredangle DOE = \measuredangle COD + n°$, $\measuredangle EOA = \measuredangle DOE + n°$, $n \in \mathbb{N}^*$, iar $[OA$ și $[OD$ sunt semidrepte opuse.

a) Calculați măsura unghiului AOB.

b) Dacă $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON$ este bisectoarea unghiului COD, iar $OM \equiv OE$, arătați că $MN \equiv NE$.

24. Fie AOB și BOC unghiuri adiacente și suplementare $(\measuredangle AOB < \measuredangle BOC)$. În semiplanul ce conține $[OB$ se construiesc $[OD \perp [OB$ și $[OF \perp [AC$. Dacă $[ON$ este bisectoarea unghiului AOB, $[OP$ este bisectoarea unghiului FOD și $3\measuredangle AOB = 2\measuredangle COD$, calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și NOP.

25. Fie AOD un unghi alungit. În același semiplan determinat de dreapta AD se construiesc semidreptele $[OB$ și $[OC$, astfel încât măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD să fie proporționale cu numerele 2, 3 și, respectiv, 5. Se știe că $[OM$ este bisectoarea unghiului AOB și $[ON \perp [OM$, $[ON$ și $[OM$ fiind situate în semiplane diferite, iar $[OP$ este opusă semidreptei $[OC$.

a) Calculați măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD.

b) Calculați măsurile unghiurilor MOD, NOD, POB și POD.